加餐一 | 作为一名程序员，数学到底要多好？

2020-07-13 月影

跟月影学可视化 进入课程 >

讲述：月影

时长 15:51 大小 14.53M

你好，我是月影。

刚刚学完了可视化的数学篇，今天咱们放松一下，以我的个人经历来聊一聊，数学对我们程序员的重要性。

作为奇舞团团长和从事前端 15 年以上的“老人”，我为团队面试过许多同学，也和许多同学聊过前端或者程序员的职业发展方向。一般来说，我面试的时候会要求面试者有一定的数学基础，在聊关于职业发展的话题时，我也会强调数学对于程序员成长的重要性。甚至，在可视化这门课里面，我也认为学习可视化的第一步是学好图形学相关的数学知识。

不过，行业里也有些不同的声音，有些人觉得除了部分特殊的领域，大部分普通的编程领域不太需要数学知识。比如说，在我们平时的 Web 开发项目中，不论是前端还是后端，似

乎更多地是和产品与业务逻辑打交道，比较少或几乎没有用到数学知识。甚至有些人认为，程序员根本用不着学好数学，特别是在前端这样偏 UI 层的领域，数学更是没有用武之地。

当然，以上这些认为数学不重要的想法，我都可以理解，曾经我自己也没有意识到数学和编程有什么必然的联系。而且，我当年在学校学习的时候，数学也学得很马虎，基础也不是那么好。不过后来，我个人的一段经历，让我很早就意识到数学对编程的重要性，而这个认知，对我后来的职业发展有着非常重要的影响。所以，我想在这里和你分享一些我个人成长中的经历和收获，希望能对你有些帮助。

实习面试的两个问题

2003 年，因为朋友的推荐，我获得了微软亚洲研究院（MSRA）访问学生的面试机会，当时的面试官是浙江大学的刘利刚博士，他也是我后来的实习导师。那时，他正在 MSRA 做访问学者。

在这之前，我没有任何面试经验，在学校里面，我的学习成绩也一般，只是对编程比较感兴趣，自己做过一些小项目。我不知道会被面试什么问题，所以也没特意准备。见到了利刚博士之后，他并没有问我任何有关编程的问题，而是问了我两个数学问题，这两个问题让我至今仍记忆犹新。

第一个问题是这样的：

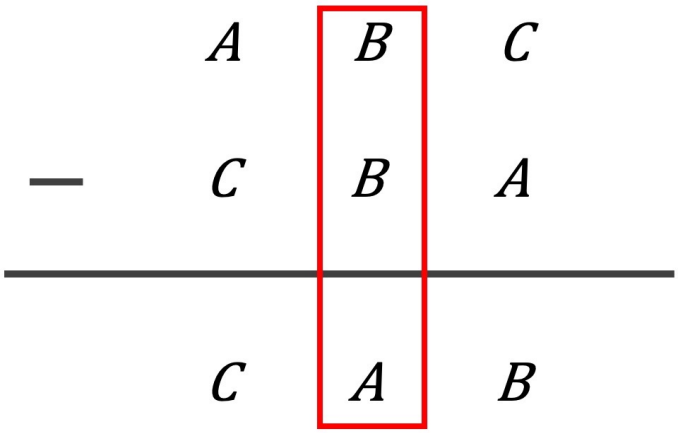
> 已知 ABC 是三个不同的数字，且能使以下等式成立，求 A、B、C 分别是多少。

$$\begin{array}{cccc} & A & B & C \\ - & C & B & A \\ \hline C & A & B \end{array}$$

求这道题的答案并不是很难，但是花多久的时间能得出答案却是一个问题。我当时回答出这个问题，大概只用了**不到 10 秒钟**。你可以先试着解一下，看看你能在 10 秒内给出这个问题的答案吗？

其实，利刚博士出这道题，主要在考察我的**数感**。啥是数感呢？这不是指一个人具备了多么高深的数学知识，而是指他对数字的一种直觉以及洞察力。

我在解决这个问题的时候，完全是脱口而出答案，我甚至都没有意识到自己是怎么得出来的。但是，当我一下说出答案之后，再回想为什么才反应过来，这道题其实是有规律的。



你仔细看中间这一列，应该能一下子得出 A 的值是 9。然后再看第一列，就能得到 C 的值是 4，最后 B 的值自然就是 5 了。所以答案就是 A = 9、B = 5、C = 4。

那面试为啥要考察数感呢？利刚博士是这么给我解释的：数感好表示学习和理解能力强，因为访问学生要做的工作内容就是图形学的基础研究，一些知识肯定是要现学的，这需要有比较强的学习能力和理解力，所以作为数学基础的数感就很重要了。正是通过这个问题，我认识到了数感的重要性。

好了，接下来我们接着来看第二个问题。

> 给你一个天平和一个物体，让你设计一些砝码，无论这个物体的重量是在 1 ~ 100 克之间的任何一个整数克数，都能用这些砝码称量出来，并且砝码的数量要尽可能少，你最少需要几个砝码呢？

乍一看，这个问题似乎与计算机和编程完全不沾边，但实际上这个问题涉及基础的**数的进制原理**。为什么说这个天平称重涉及数的进制原理呢？

因为我们知道，天平一般来说标准的用法是左边托盘放物体，右边托盘放砝码。那如果我们要称重的物体在 1～100 克之间，还要设计尽可能少的砝码，最优解肯定是称某个克数的砝码组合是唯一的，这样最省砝码。

怎么理解呢？我举个例子。

假如说，现在我们有 3 个砝码，分别为 A 砝码 1 克、B 砝码 2 克、C 砝码也是 2 克，显然这 3 个砝码可以称 1～5 克的物体。如果物体是 1 克的话，那么用 A 砝码就行；如果物体是 2 克的话，有两种方法，用 B 砝码，或者用 C 砝码；如果物体是 3 克的话，也有两种方法，用 A+B 或 A+C 砝码；如果物体是 4 克的话，用 B+C 砝码，如果物体是 5 克的话，用 A+B+C 砝码。

但是我们看到，在物体是 2 克和 3 克的时候，分别有两种砝码组合对应的称量方法。如果我们把一种砝码组合作为一种编码，再把一种物体克数作为一个状态的话，那么重复的编码就只表示同一种状态，这就属于浪费。显然更好的解决办法，是用最少的编码组合表示尽可能多的状态。甚至我们应该做到一种编码唯一对应一种状态，这样才是最优的。

所以呢，我们应该把 C 砝码改为 4 克，这样一来，3 个砝码就可以称出 1～7 克的物体，而且没有任何两种编码表示同一种状态，这就是最优的。我把具体的称量方法总结出一张表，列在了下面。

克数	砝码
1克	A
2克	B
3克	A+B
4克	C
5克	A+C
6克	B+C
7克	A+B+C

看到这里，聪明的同学应该已经知道这一题的答案了。实际上，我们将砝码被使用记为 1，将砝码不被使用记为 0，那这个问题就等价于：用多少位二进制数可以表示不大于 100 的正整数？因此，答案自然是 7 位，也就是说砝码需要 7 个，重量分别是 1 克、2 克、4 克、8 克、16 克、32 克和 64 克。

所以你看，这个问题表面上是天平问题，实际上牵扯到数的进制表示，或者说是编码，这显然是一个计算机问题。这其实也是利刚博士问我这个问题的真正目的，它同时考查了我关于数学模型的抽象能力，以及对计算机基础知识的理解程度。

顺便再说一下，这个问题如果允许将砝码放在天平左侧托盘中，那么有一个技巧可以让用到的砝码数量更少，你能想到该怎么做吗？如果你想到了，可以在留言里分享你的答案。

我的图形学实习经历

回答出这两个问题之后，我通过了面试，来到微软亚洲研究院实习。我的课题是图形学基础研究，恰好是和三角剖分有关，具体来说是简单多边形的相容三角剖分。

什么是简单多边形的相容三角剖分呢？简单来说，就是将两个简单多边形剖分成同样数量的三角形，同时还需要保证每个三角形的顶点能够一一对应。所谓一一对应，就是给两个多边形的顶点进行编号之后，它们中每一对三角形顶点的编号都相同。

如果两个简单多边形的边数相同，在不允许添加内部点的情况下，并不总能构成相容三角剖分。比如下图中的两个六边形，左边三条虚线构成三角形，而右边的三条虚线却相交于一个点，所以对这两个图形来说，如果我们不添加内部点，就不存在相容三角剖分了。

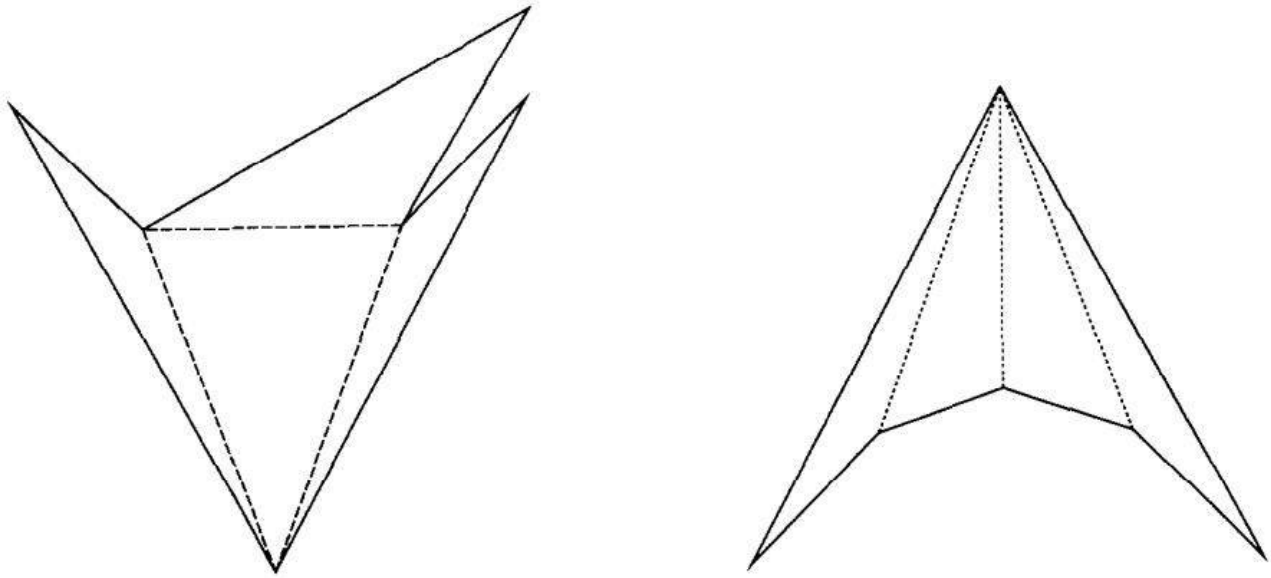


Fig. 1. $\mathscr{P}_1$ and $\mathscr{P}_2$ cannot be triangulated compatibly without extra points.

如果我们允许在图形内部添加点进行三角剖分，就可以得到相容三角剖分了，剖分后的效果如下图：

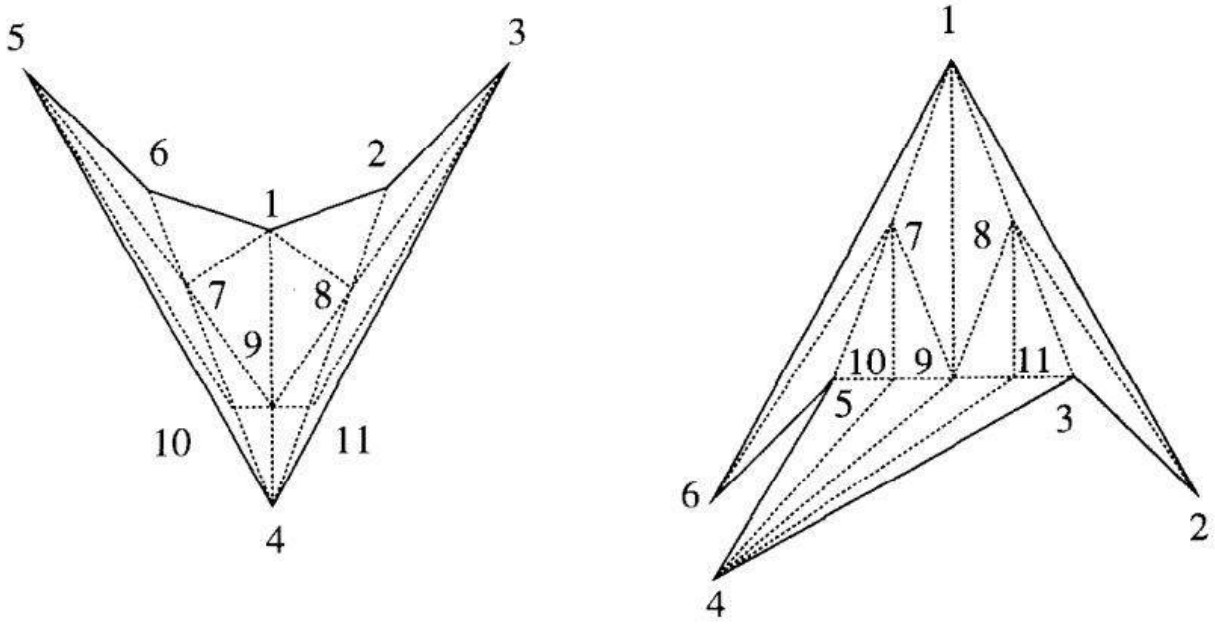
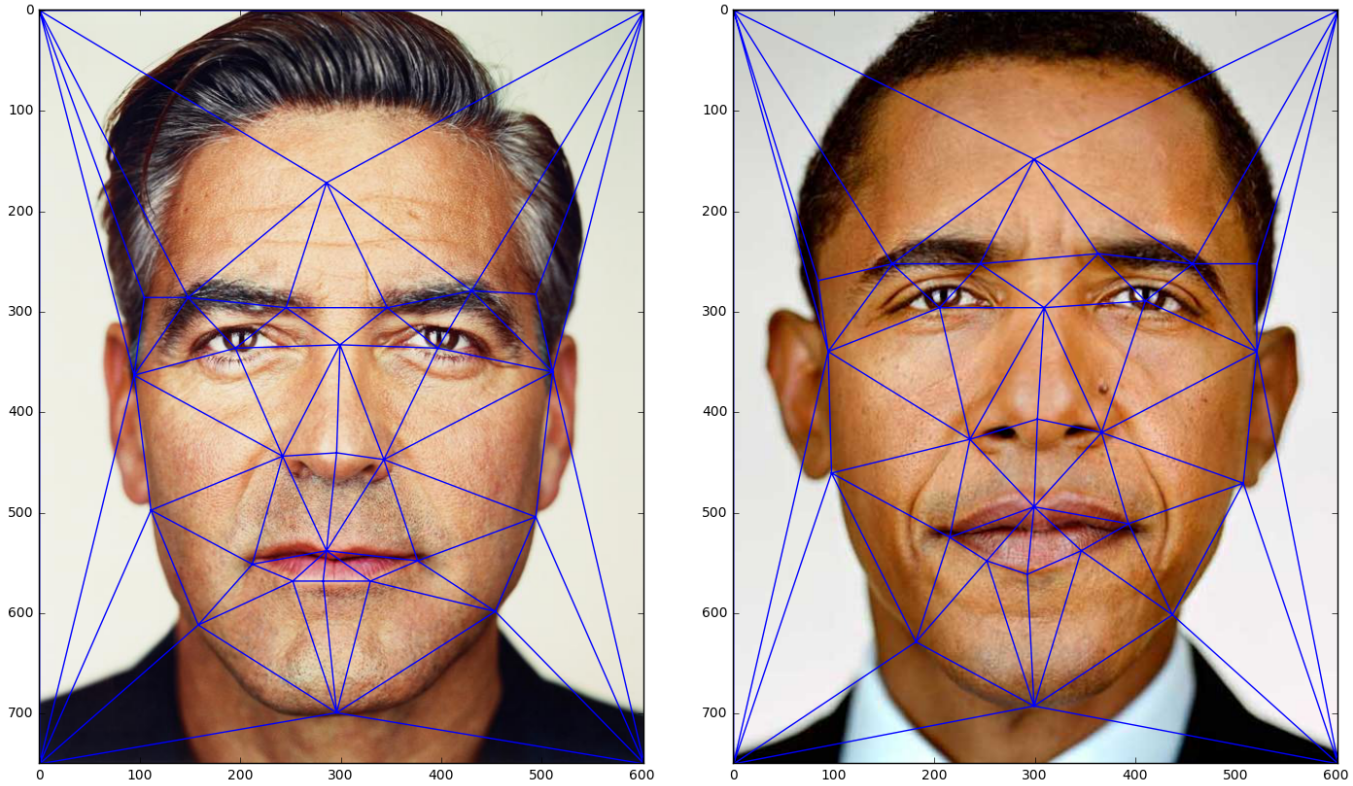


Fig. 2. Compatible triangulations of $\mathscr{P}_1$ and $\mathscr{P}_2$.

而我当时的工作主要是研究如何对多边形进行快速相容三角剖分。之所以研究相容三角剖分，是因为通过相容三角剖分可以生成拓扑结构相同的三角网格，而拓扑结构相同的三角网格是实现物体变形特效的基础。比如说，我们可以用相容三角剖分实现人物的“变脸”特效等等。



大体上，我的研究就是围绕相容三角剖分涉及的算法，因为它们都比较复杂，这里我就不多说了。接下来，我主要介绍一下我的工作中遇到的问题。因为涉及图形学的基础内容，自然会有一些基础的图形学计算，比如计算点到直线和线段的距离，计算边的切线和法线，判断线段的关系，绘制圆锥曲线等等。

我实习的第一个任务

在我刚开始实习的时候，第一个任务就是要计算点到直线和线段的距离。

不过，一开始我在求点到直线的距离的时候，是先写出直线的两点式代数方程，然后求点与直线的垂线方程，接着将两个方程联立求交点，最后再求出点与交点的距离。

这么做当然是可以求出结果来的，但是计算过程可以说是相当繁琐了，而且它还有缺陷。缺陷究竟是什么呢？我们知道，用直线方程求垂线的时候，要用到点斜式，但是点斜式的斜率，在直线垂直于 X 轴时，会有斜率计算出来是无穷大的问题。这种特殊情况还需要特殊处理，就更增加了我计算的复杂度。

所以，当时我花了一天时间才把“求点到直线和线段距离的问题”用代数方程解决。但是，第二天给利刚博士交差的时候，就被他批评了一顿，他问我为什么要用代数方程去做这个问题，如果用向量来做，根本就是分分钟的事儿。

如果你认真学了数学篇的课程，应该也已经知道，用向量解决这个问题的确非常简单。因为向量叉积的几何意义就是平行四边形的面积，在用向量叉积除以底边就是高，也就是点到向量所在直线的距离了。而我当时并没有想起可以用向量来解决这类问题，所以才走了弯路。

经过这次教训，我深刻意识到**选择正确数学工具，能够把看似非常复杂的问题转化为简简单单问题，从而顺利解决**。这也是为什么数学对于程序员来说非常重要。这个教训也是我在 MSRA 实习中最重要的收获。

两次数学实践

大约 4 个多月后，我就结束了 MSRA 的实习，回到了学校。毕业后，我去了一家深圳的软件公司，真正地成为了一名程序员。后来更是在机缘巧合下接触到了前端，也一直成长到今天。

在成长的过程中，我始终牢记：用数学思想和意识去解决工作中的问题。你别说，还真被我遇到了两个事儿。接下来，我就和你说说我印象最深刻的这两个案例。

第一个案例是我在 08 年到百度时遇到的。当时，某个产品中有一个绘制椭圆的需求，负责开发的工程师是使用椭圆的代数方程来计算的。因为代数方程涉及开平方的问题，所以开发人员还要根据象限来判断正负号，这会非常麻烦。

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$x=\pm a\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}$$

椭圆代数方程涉及开根号

现在你学习了数学篇的课程，应该知道用椭圆的参数方程来解决，根本不会涉及开根号和象限判断问题，操作起来也会简单很多。

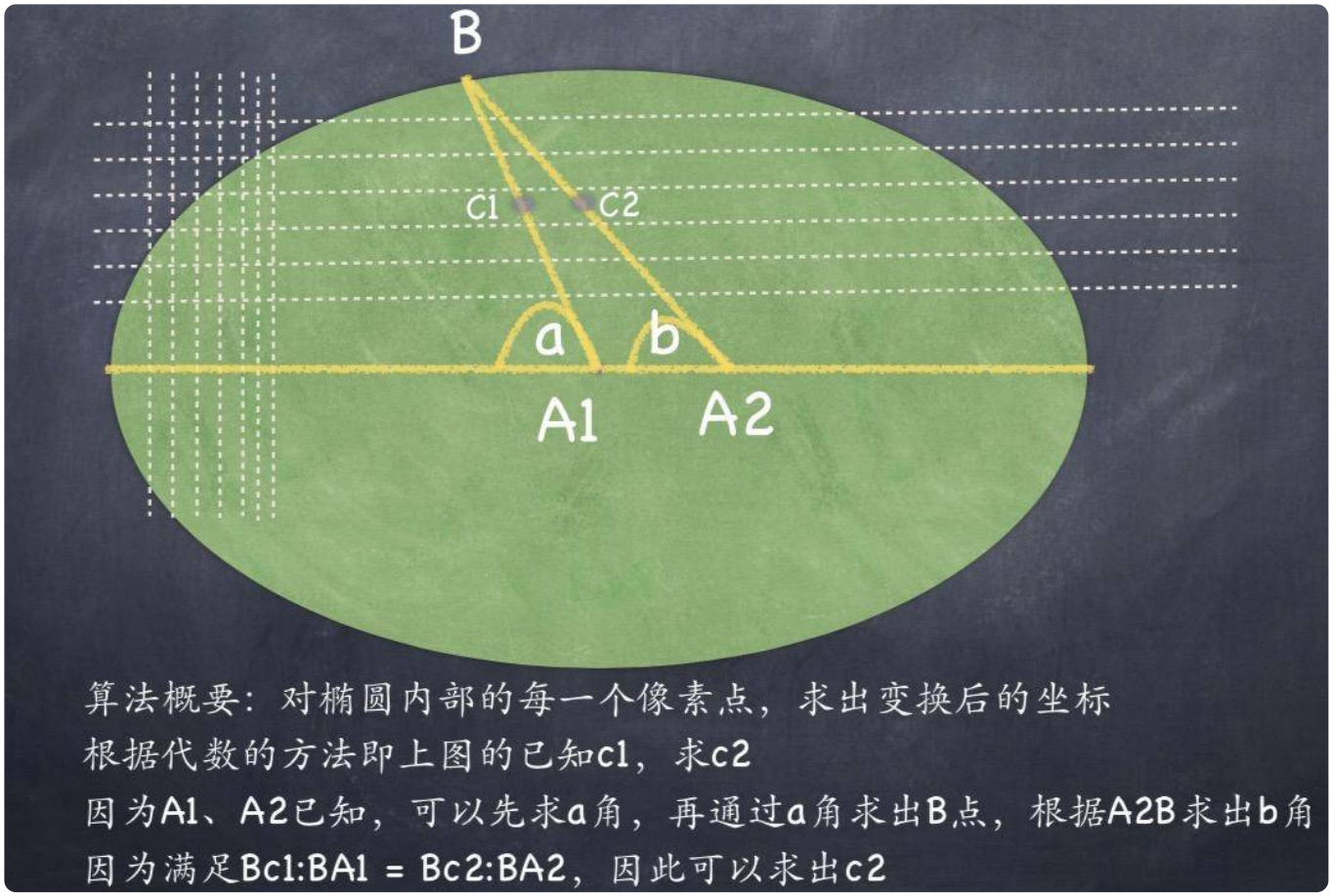
$$\begin{cases} x = a\cos\theta \\ y = b\sin\theta \end{cases}$$

椭圆的参数方程

另一个案例，是我在 360 搜索的一个运营活动中遇到的。当时需要我们实现一个 Canvas2D 的图片特效，效果如下：

具体要求是在一张静态图片上，选择若干个运动区域，比如示意图中的猫的耳朵、眼睛、鼻子区域，然后对区域做这样逆时针旋转的运动，最终将它变为动图。

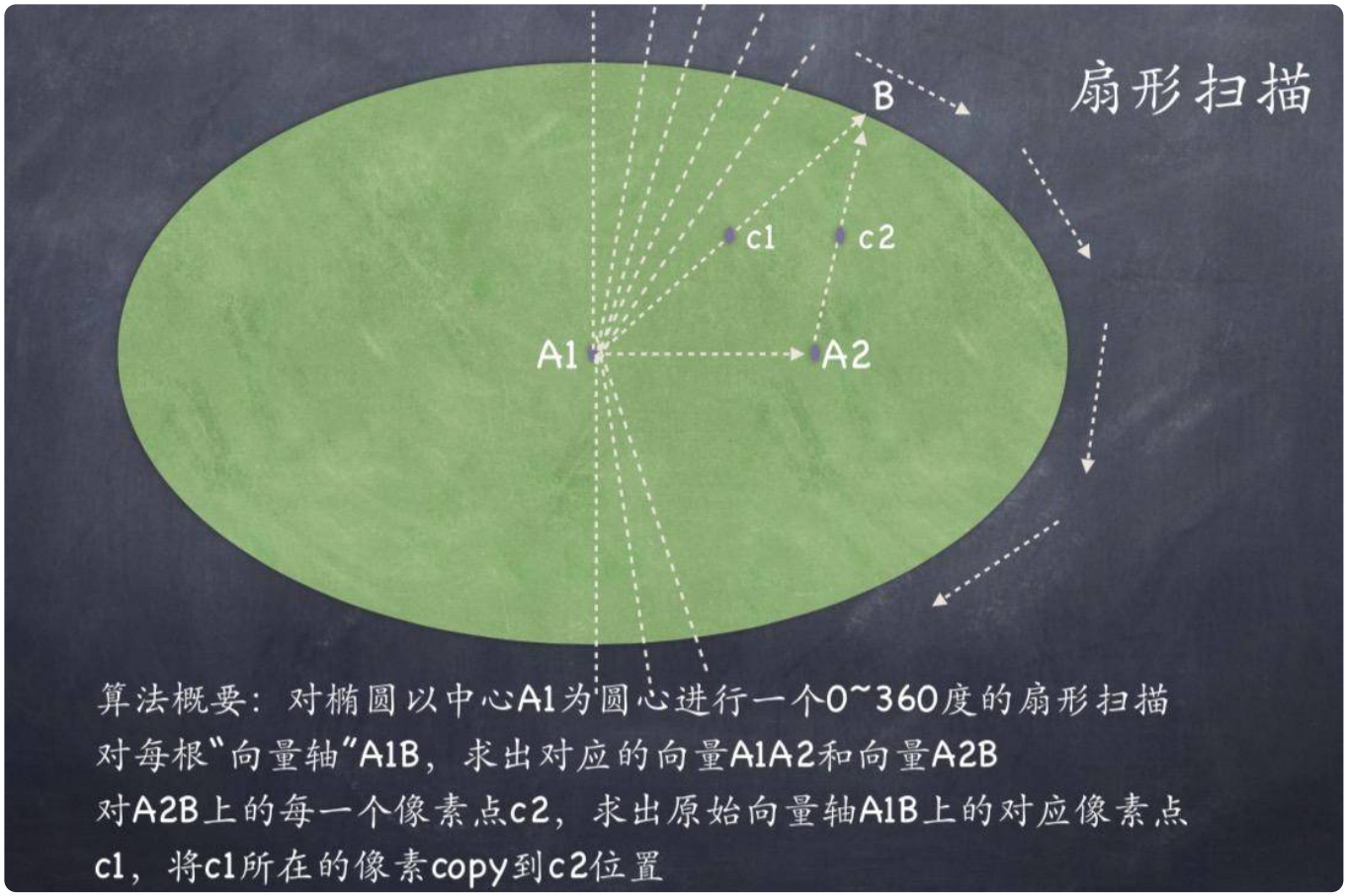
这其实是一个 Canvas2d 的特效。最初的时候，我们的工程师是使用代数方法来解决的，具体的方法如下：



代数方法虽然能解决问题，但是会有 4 个缺陷：

1. 求角需要计算反正切，性能差；
2. 计算中需要开平方，要判断符号；
3. 求反正切有无穷大问题，需要特殊处理；
4. 有重复的计算量，进一步消耗性能。

不过，在我采用了向量法进行优化之后，这个动图的性能提升了数倍。具体算法如下图：



这两个案例其实共同说明一个道理：**学会选择合适的数学工具，才能用最优的方式轻松解决问题。**

小结

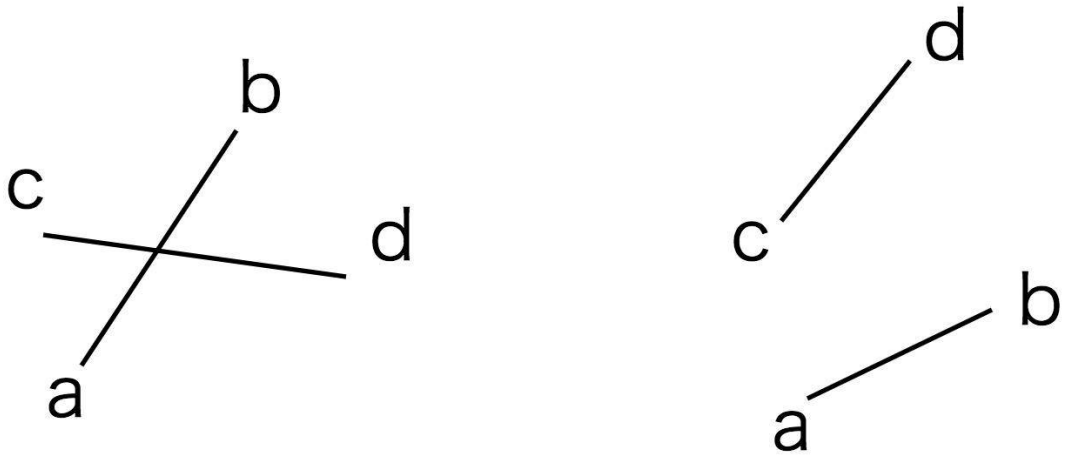
以上就是我和数学相关的个人经历了。总的来说，我收获到最重要的经验就是，要学会选择合适的数学工具来解决问题。当你选对工具之后，那些看似复杂的问题，可能会变得无比简单，从而被迅速解决。所以我们要重视数学基础的积累，锻炼自己的数感，拓宽知识面，以数学思维来思考计算机问题。

当然，我也不是说，程序员必须要有多么高深的数学知识。你看我们专栏中需要的数学知识，基本上就是一些高中数学知识和一部分基础的线性代数知识。但是数感、数学思维锻炼还是很重要的，这些锻炼越多，程序员的逻辑能力、抽象能力也会得到提高。更重要的是，通过锻炼我们能形成用数学思维思考问题的习惯，这样才能迅速找到最合适解决某类问题的数学工具，从而提升我们的技术能力。

小试牛刀

最后我再留两道思考题，来锻炼一下你的数感和数学思维能力。

1. 我们知道简单多边形和复杂多边形区别是，是否有非相邻的边相交。那为了判断一个多边形是不是简单多边形，我们可以实现一个函数，来判断两个线段是否相交。你能实现这个函数吗？



左侧ab、cd线段相交，右侧ab、cd线段不相交

2. 假如你手里有 5 个硬币，已知随机抛一次之后，有的硬币正面朝上，有的硬币反面朝上。请问：随机抛一次，有 3 个或 3 个以上硬币正面朝上的概率是多少？

欢迎你在留言说说数学对你的影响，也欢迎你和我分享关于数学方面的疑惑，我们一起探讨。

提建议

© 版权归极客邦科技所有，未经许可不得传播售卖。 页面已增加防盗追踪，如有侵权极客邦将依法追究其法律责任。

上一篇 16 | 如何使用噪声生成复杂的纹理？

精选留言 (10)

写留言

coolseaman
2020-07-14

五个硬币一共2的5次方中情况，全是反面1种情况，一个反面C(5, 1) = 5种情况，两个反面C(5, 2) = 10种情况，所以1- (1 + 5 + 10) / 32 = 1 / 2

展开

作者回复: 👍

2

Geek_dudu
2020-07-14

如果左右两边都可以放砝码，那是三种状态，0，左，右。按上述思路，就是5个砝码：1，3，9，27，81

作者回复: 对，这样就是三进制

2

靠人品去赢
2020-07-17

（1）第一个题目可以根据向量来判断 ，ab，cd假设都是从（0，0）开始，ab（x1，y1），cd（x2，y2）做向量相乘得0就是平行，否则不管是逆时针还是顺时针都是相交。
（2）满足情况分三类，5个里面有3个，5个里面有4个，5个全是，本别是C53，C54，C55也就是10，5，1.实际一共是2的5次方也就是32，16/32=0.5

展开

作者回复: 对

1

Geek_dudu
2020-07-15

第一题的思路如下，如有错误，还望指出（代码里的一些方法是用的月影老师的vector2d库）
分别算出角cab，dab的sin值，判断c，d两个点是不是ab的一侧，还是两侧...

展开

作者回复: 挺好的，其实可以只判断在两侧就好，两条线段再交换判断一次就可以排出线段太短的问题

1

Geek_dudu
2020-07-14

随机抛一次，有 3 个或 3 个以上硬币正面朝上的概率是多少？
答案：50%
思路：还是二进制的思路，假如正面为1，反面为0，就是求0-31，二进制中1的个数大于等于3的数的个数。求二进制中1的个数，是个很经典的面试题了，然后再统计下大于等于3的个数就好了。

展开

作者回复: 嗯嗯，可以的

1

Geek_0a5ac5
2020-07-13

5 个硬币，随机抛一次，有 3 个或 3 个以上硬币正面朝上的概率 是 1/2

作者回复: 答案是对的，你的思路是啥？

1 1

Mingzhang
2020-07-26

五个硬币共有
5 0
4 1
3 2
2 3...
展开

作者回复: 对，这是个好办法

Geek_3469f6
2020-07-15

```
function intersection(pa, pb, pc, pd) {
        const a = pb[0] - pa[0];
        const b = pb[1] - pa[1];
        const c = pd[0] - pc[0];
        const d = pd[1] - pc[1];...
```
展开

作者回复: 对的

LiSkysunCHN
2020-07-14

good~

展开

刘彪
2020-07-13

1、3、8 、25、63这五个砝码吗

展开

作者回复: 5个可以，不过克数还可以优化，这个不是最优的